

数理情報工学特論第一 第4回

河瀬 康志

2022 年 10 月 28 日

last update: 11:56pm, October 22, 2022

スケジュール

1. ゲーム理論の基礎 (10/7)
2. マッチング 1 (10/14)
3. マッチング 2 (10/21)
4. 公平割当 1 (10/28)
5. 公平割当 2 (11/4)
6. オークション 1 (11/11)
7. オークション 2 (11/18)

アウトライン

- 1 住宅割当問題
 - RP メカニズム
 - PS メカニズム
- 2 住宅市場問題
 - TTC メカニズム
- 3 演習

モデル

インスタンス: $I = (A, H, (\succ_a)_{a \in A})$

- $A = \{1, 2, \dots, n\}$: エージェント集合
- $H = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$: 財の集合 (住宅)
- $\succ_i$: エージェント $i \in A$ の選好. H 上の全順序

- 各 $i \in A$ を住宅に割り当てたい
- どのように割り当てればよいか？

$\succ_1$:	h_4	h_3	h_2	h_1
$\succ_2$:	h_1	h_4	h_2	h_3
$\succ_3$:	h_4	h_2	h_3	h_1
$\succ_4$:	h_1	h_4	h_2	h_3

基本的な概念

割当

全単射な $\mu: A \rightarrow H$ 各エージェントが相異なる財を 1 つずつ得る

Pareto 効率性

$\mu'(i) \succeq_i \mu(i) \ (\forall i \in A)$ かつ $\mu'(i) \succ_i \mu(i) \ (\exists i \in A)$ となる割当 μ' が存在しない

メカニズム

選好 $(\succ_i)_{i \in A}$ を入力として、割当 μ を一つ返すような写像

耐戦略性

メカニズム φ が耐戦略的であるとは、 $\varphi[\succ_A](i) \succeq_i \varphi[\succ_i, \succ_{-i}](i)$

正直に申告することが支配戦略

例

$\succsim_1$: h_4 h_3 h_2 h_1

$\succsim_2$: h_1 h_4 h_2 h_3

$\succsim_3$: h_4 h_2 h_3 h_1

$\succsim_4$: h_1 h_4 h_2 h_3

Pareto 効率的でない

$\succsim_1$: h_4 h_3 h_2 h_1

$\succsim_2$: h_1 h_4 h_2 h_3

$\succsim_3$: h_4 h_2 h_3 h_1

$\succsim_4$: h_1 h_4 h_2 h_3

Pareto 効率的

順次独裁方式

1. エージェントの順序 σ を決める
2. ラウンド i では σ_i が余っている中で最も好ましい財を選択

例: $\sigma = (1, 2, 3, 4)$

$\succ_1: h_4 \ h_3 \ h_2 \ h_1$

$\succ_2: h_1 \ h_4 \ h_2 \ h_3$

$\succ_3: h_4 \ h_2 \ h_3 \ h_1$

$\succ_4: h_1 \ h_4 \ h_2 \ h_3$

順次独裁方式

1. エージェントの順序 σ を決める
2. ラウンド i では σ_i が余っている中で最も好ましい財を選択

例: $\sigma = (1, 2, 3, 4)$

$\succ_1: h_4 \ h_3 \ h_2 \ h_1$

$\succ_2: h_1 \ h_4 \ h_2 \ h_3$

$\succ_3: h_4 \ h_2 \ h_3 \ h_1$

$\succ_4: h_1 \ h_4 \ h_2 \ h_3$

順次独裁方式

1. エージェントの順序 σ を決める
2. ラウンド i では σ_i が余っている中で最も好ましい財を選択

例: $\sigma = (1, 2, 3, 4)$

$\succ_1: h_4 \ h_3 \ h_2 \ h_1$

$\succ_2: h_1 \ h_4 \ h_2 \ h_3$

$\succ_3: h_4 \ h_2 \ h_3 \ h_1$

$\succ_4: h_1 \ h_4 \ h_2 \ h_3$

順次独裁方式

1. エージェントの順序 σ を決める
2. ラウンド i では σ_i が余っている中で最も好ましい財を選択

例: $\sigma = (1, 2, 3, 4)$

$\succ_1: h_4 \ h_3 \ h_2 \ h_1$

$\succ_2: h_1 \ h_4 \ h_2 \ h_3$

$\succ_3: h_4 \ h_2 \ h_3 \ h_1$

$\succ_4: h_1 \ h_4 \ h_2 \ h_3$

順次独裁方式

1. エージェントの順序 σ を決める
2. ラウンド i では σ_i が余っている中で最も好ましい財を選択

例: $\sigma = (1, 2, 3, 4)$

$\succ_1$: h_4 h_3 h_2 h_1

$\succ_2$: h_1 h_4 h_2 h_3

$\succ_3$: h_4 h_2 h_3 h_1

$\succ_4$: h_1 h_4 h_2 h_3

順次独裁方式の性質

定理

順次独裁方式は Pareto 効率的な割当を出力する

順次独裁方式の結果とは異なる割当では、 σ の意味で初めて違う財が割り当てられているエージェントは改悪されてしまうため成立

定理

順次独裁方式は耐戦略的

嘘をついても自分のターンで得られる財はよくできないので成立

確率的メカニズム

順次独裁方式の結果は σ に大きく依存するため公平ではない

→ 順番をランダムにすれば公平になる！

確率的メカニズム

選好 $\{ \succ_i \}_{i \in A}$ を入力として、割当上の確率分布を返すような写像

- 割当上の確率分布はそのままと扱いにくい
- 各エージェントが各財を受け取る確率の行列として表現する

確率的割当行列と呼ぶ。任意の二重確率行列に対し、対応する確率的割当が存在

Birkhoff-von Neumann の定理

各行・各列に 1 が 1 つあり、それ以外の要素は 0 である行列

任意の二重確率行列は置換行列の凸結合で表現できる

各要素が非負で、各行・各列の和が 1 である行列

$$\begin{pmatrix} 0.4 & 0.1 & 0.5 \\ 0.6 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix} = 0.4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 0.5 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 0.1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

確率的支配

確率的割当の好ましさを考えるために、
 H 上の選好を $\{x \in \mathbb{R}_+^H \mid \sum_{h \in H} x_h \leq 1\}$ 上の選好に拡張する

確率的支配 (SD)

選好 $\succ$ について $x \in \mathbb{R}^H$ が $y \in \mathbb{R}^H$ を確率的支配する ($x \succeq^{\text{sd}} y$) とは、
任意の $h \in H$ について $\sum_{h': h' \succeq h} x_{h'} \geq \sum_{h': h' \succeq h} y_{h'}$ が成り立つこと

選好がどんな基数的なものでも、期待値の意味で悪くならないということ

例: $a \succ b \succ c$ の時、 (x_a, x_b, x_c) について

- $(0.7, 0.2, 0.1) \succeq^{\text{sd}} (0.5, 0.3, 0.2)$
- $(0.7, 0.2, 0.1) \not\succeq^{\text{sd}} (0.3, 0.7, 0)$

確率的割当の望ましい性質

確率的割当行列 $(P_{ih})_{i \in A, h \in H}$ が SD 効率的

$P'_i \succeq_i^{\text{sd}} P_i$ ($\forall i \in A$) なる確率的割当行列 P' ($\neq P$) が存在しないこと

確率的割当行列 $(P_{ih})_{i \in A, h \in H}$ が SD 無羨望

任意の $i, j \in A$ について, $P_i \succeq_i^{\text{sd}} P_j$ が成り立つこと

確率的メカニズムが SD 耐戦略性

嘘をつくことによって得られる確率的割当は, 元の確率的割当に確率的支配される

アウトライン

- 1 住宅割当問題
 - RP メカニズム
 - PS メカニズム
- 2 住宅市場問題
- 3 演習

Random priority メカニズム (RP)

1. エージェントの順序 σ を一様ランダムに決める
2. ラウンド i では σ_i が余っている中で最も好ましい財を選択

例 1

	h_1	h_2	h_3
$\succ_1:$	h_1	h_2	h_3
$\succ_2:$	h_1	h_3	h_2
$\succ_3:$	h_2	h_1	h_3

	h_1	h_2	h_3
1	$1/2$	$1/6$	$1/3$
2	$1/2$	0	$1/2$
3	0	$5/6$	$1/6$

例 2

	h_1	h_2	h_3	h_4
$\succ_1:$	h_1	h_2	h_3	h_4
$\succ_2:$	h_1	h_2	h_3	h_4
$\succ_3:$	h_2	h_1	h_4	h_3
$\succ_4:$	h_2	h_1	h_4	h_3

	h_1	h_2	h_3	h_4
1	$5/12$	$1/12$	$5/12$	$1/12$
2	$5/12$	$1/12$	$5/12$	$1/12$
3	$1/12$	$5/12$	$1/12$	$5/12$
4	$1/12$	$5/12$	$1/12$	$5/12$

RP の耐戦略性・公平性

定理

RP メカニズムは SD 耐戦略的

順序を固定すると順次独裁方式なので耐戦略的 → 全体でも SD 耐戦略的

公平性

RP メカニズムは同じ選好なら同じ確率的割当が得られるという意味で公平
しかし SD 無羨望の意味で公平とは限らない

	h_1	h_2	h_3
$\succ_1:$	h_1	h_2	h_3
$\succ_2:$	h_1	h_3	h_2
$\succ_3:$	h_2	h_1	h_3
1	$1/2$	$1/6$	$1/3$
2	$1/2$	0	$1/2$
3	0	$5/6$	$1/6$

エージェント 1 が 3 に対して羨望 (h_2 以上を得る確率が高い)

RP の効率性

事後的な結果は Pareto 効率的であるが、
分布としては SD 効率的ではないかもしれない

$$\begin{aligned}\succ_1: & h_1 & h_2 & h_3 & h_4 \\ \succ_2: & h_1 & h_2 & h_3 & h_4 \\ \succ_3: & h_2 & h_1 & h_4 & h_3 \\ \succ_4: & h_2 & h_1 & h_4 & h_3\end{aligned}$$

RP の出力

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{pmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & h_4 \\ 5/12 & 1/12 & 5/12 & 1/12 \\ 5/12 & 1/12 & 5/12 & 1/12 \\ 1/12 & 5/12 & 1/12 & 5/12 \\ 1/12 & 5/12 & 1/12 & 5/12 \end{pmatrix}$$

改善

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{pmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & h_4 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$$

アウトライン

- 1 住宅割当問題
 - RP メカニズム
 - PS メカニズム
- 2 住宅市場問題
- 3 演習

Probabilistic serial メカニズム (PS)

1. 各財を分割可能だと仮定し，確率を表すと解釈
2. 全てのエージェントが同時に同じスピードで，残っている財の中でもっとも好むものを「食べる」

例 1

	h_1	h_2	h_3
$\succ_1$:	h_1	h_2	h_3
$\succ_2$:	h_1	h_3	h_2
$\succ_3$:	h_2	h_1	h_3

	h_1	h_2	h_3
1	$1/2$	$1/4$	$1/4$
2	$1/2$	0	$1/2$
3	0	$3/4$	$1/4$

例 2

	h_1	h_2	h_3	h_4
$\succ_1$:	h_1	h_2	h_3	h_4
$\succ_2$:	h_1	h_2	h_3	h_4
$\succ_3$:	h_2	h_1	h_4	h_3
$\succ_4$:	h_2	h_1	h_4	h_3

	h_1	h_2	h_3	h_4
1	$1/2$	0	$1/2$	0
2	$1/2$	0	$1/2$	0
3	0	$1/2$	0	$1/2$
4	0	$1/2$	0	$1/2$

PS メカニズムの公平性・効率性

定理

PS メカニズムの出力する確率的割当は SD 無羨望

- 各エージェントは各時点で自分が最も好ましいものを食べている
→ 他人に羨望をもつことはない

定理

PS メカニズムの出力する確率的割当 P は SD 効率的

- SD の意味で P を Pareto 支配する割当 P' が存在したとする
- PS の結果が P'_{ih} と異なることが初めて確定したタイミングを考える
 - i が h を P'_{ih} より多く食べた → $P'_i \succeq_i^{\text{sd}} P_i$ に矛盾
 - i が h を P'_{ih} 食べられない → $\sum_{j \in N} P_{jh} = \sum_{j \in N} P'_{jh} = 1$ に矛盾

PS メカニズムの耐戦略性

エージェント 1 が嘘をつくことで、 h_2 以上を得られる確率アップ

	h_1	h_2	h_3	h_4
$\succ_1$:	h_1	h_2	h_3	h_4
$\succ_2$:	h_1	h_3	h_4	h_2
$\succ_3$:	h_2	h_3	h_4	h_1
$\succ_4$:	h_2	h_3	h_4	h_1

	h_1	h_2	h_3	h_4
1	$\left(\begin{array}{c} 1/2 \\ 1/2 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right)$	0	1/4	1/4
2		0	1/4	1/4
3		1/2	1/4	1/4
4		1/2	1/4	1/4

	h_1	h_2	h_3	h_4
$\succ'_1$:	h_2	h_1	h_3	h_4
$\succ_2$:	h_1	h_3	h_4	h_2
$\succ_3$:	h_2	h_3	h_4	h_1
$\succ_4$:	h_2	h_3	h_4	h_1

	h_1	h_2	h_3	h_4
1	$\left(\begin{array}{c} 1/3 \\ 2/3 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right)$	1/3	1/12	1/4
2		0	1/12	1/4
3		1/3	5/12	1/4
4		1/3	5/12	1/4

- PS メカニズムは SD 耐戦略的とは限らない
- 弱い意味の耐戦略性なら成立する

(嘘をつくことで元の確率的割当を確率支配するような異なる確率的割当は得られない)

アウトライン

- 1 住宅割当問題
 - RP メカニズム
 - PS メカニズム
- 2 住宅市場問題
 - TTC メカニズム
- 3 演習

モデル

インスタンス: $I = (A, H, (\succ_a)_{a \in A})$

- $A = \{1, 2, \dots, n\}$: エージェント集合
- $H = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$: 財の集合 (住宅)
- $\succ_i$: エージェント $i \in A$ の選好. H 上の全順序

- 各 $i \in A$ は $h_i \in H$ に住んでいる
- どのように再割当を行うとよいか？

$\succ_1$:	h_4	h_3	h_2	h_1
$\succ_2$:	h_1	h_4	h_2	h_3
$\succ_3$:	h_4	h_2	h_3	h_1
$\succ_4$:	h_1	h_4	h_2	h_3

基本的な概念

割当

全単射な $\mu: A \rightarrow H$ 各エージェントが相異なる財を 1 つずつ得る

個人合理性

初期保有より悪くならない: $\mu(i) \succeq_i h_i \ (\forall i \in A)$

Pareto 効率性

$\mu'(i) \succeq_i \mu(i) \ (\forall i \in A)$ かつ $\mu'(i) \succ_i \mu(i) \ (\exists i \in A)$ となる割当 μ' が存在しない

メカニズム

選好 $(\succ_i)_{i \in A}$ を入力として、割当 μ を一つ返すような写像

耐戦略性

メカニズム φ が耐戦略的であるとは、 $\varphi[\succ_A](i) \succeq_i \varphi[\succ_i, \succ_{-i}](i)$

正直に申告することが支配戦略

例

$\succ_1$: h_4 h_3 h_2 h_1

$\succ_2$: h_1 h_4 h_2 h_3

$\succ_3$: h_4 h_2 h_3 h_1

$\succ_4$: h_1 h_4 h_2 h_3

Pareto 効率的だが
個人合理的でない

$\succ_1$: h_4 h_3 h_2 h_1

$\succ_2$: h_1 h_4 h_2 h_3

$\succ_3$: h_4 h_2 h_3 h_1

$\succ_4$: h_1 h_4 h_2 h_3

Pareto 効率的でないが
個人合理的

$\succ_1$: h_4 h_3 h_2 h_1

$\succ_2$: h_1 h_4 h_2 h_3

$\succ_3$: h_4 h_2 h_3 h_1

$\succ_4$: h_1 h_4 h_2 h_3

Pareto 効率的かつ
個人合理的

例

$\succ_1$: h_4 h_3 h_2 h_1

$\succ_2$: h_1 h_4 h_2 h_3

$\succ_3$: h_4 h_2 h_3 h_1

$\succ_4$: h_1 h_4 h_2 h_3

Pareto 効率的だが
個人合理的でない

$\succ_1$: h_4 h_3 h_2 h_1

$\succ_2$: h_1 h_4 h_2 h_3

$\succ_3$: h_4 h_2 h_3 h_1

$\succ_4$: h_1 h_4 h_2 h_3

Pareto 効率的でないが
個人合理的

$\succ_1$: h_4 h_3 h_2 h_1

$\succ_2$: h_1 h_4 h_2 h_3

$\succ_3$: h_4 h_2 h_3 h_1

$\succ_4$: h_1 h_4 h_2 h_3

Pareto 効率的かつ
個人合理的

右の割当は望ましい？

→ $\{1, 4\}$ が逸脱するかもしれず不安定なのがイマイチ

ブロッキング提携

定義

$B \subseteq A$ が割当 μ に対する **ブロッキング提携** であるとは、
ある全単射 $\nu: B \rightarrow \{h_i \mid i \in B\}$ が存在して以下が成立すること：

- $\nu(i) \succeq_i \mu(i) \ (\forall i \in B)$
- $\nu(i) \succ_i \mu(i) \ (\exists i \in B)$

定義

ブロッキング提携の存在しないような割当を **強コア** という

強コアの性質

- 強コアであれば個人合理的
(各 $i \in A$ について $B = \{i\}$ がブロッキング提携にならないので)
- 強コアであれば Pareto 効率的
($B = A$ がブロッキング提携にならないので)

アウトライン

- 1 住宅割当問題
- 2 住宅市場問題
 - TTC メカニズム
- 3 演習

Top Trading Cycle (TTC) メカニズム

- 現時点で最も欲しい財をもつ人を指さす
- 有向閉路に沿って財を交換し、閉路を削除
- 全員いなくなるまで手順を繰り返す

各ラウンドでは必ず有向閉路が存在 (指をさしている相手を辿っていくと見つけられる)

例



Top Trading Cycle (TTC) メカニズム

- 現時点で最も欲しい財をもつ人を指さす
- 有向閉路に沿って財を交換し、閉路を削除
- 全員いなくなるまで手順を繰り返す

各ラウンドでは必ず有向閉路が存在 (指をさしている相手を辿っていくと見つけられる)

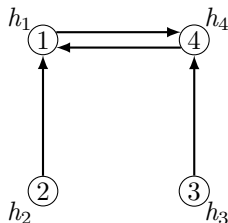
例

$\succ_1: h_4 \ h_3 \ h_2 \ h_1$

$\succ_2: h_1 \ h_4 \ h_2 \ h_3$

$\succ_3: h_4 \ h_2 \ h_3 \ h_1$

$\succ_4: h_1 \ h_4 \ h_2 \ h_3$



Top Trading Cycle (TTC) メカニズム

- 現時点で最も欲しい財をもつ人を指さす
- 有向閉路に沿って財を交換し、閉路を削除
- 全員いなくなるまで手順を繰り返す

各ラウンドでは必ず有向閉路が存在 (指をさしている相手を辿っていくと見つけられる)

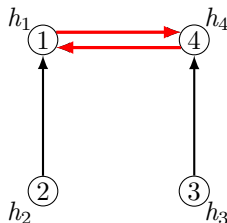
例

$\succ_1: h_4 \ h_3 \ h_2 \ h_1$

$\succ_2: h_1 \ h_4 \ h_2 \ h_3$

$\succ_3: h_4 \ h_2 \ h_3 \ h_1$

$\succ_4: h_1 \ h_4 \ h_2 \ h_3$



Top Trading Cycle (TTC) メカニズム

- 現時点で最も欲しい財をもつ人を指さす
- 有向閉路に沿って財を交換し、閉路を削除
- 全員いなくなるまで手順を繰り返す

各ラウンドでは必ず有向閉路が存在（指をさしている相手を辿っていくと見つけられる）

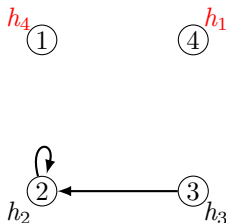
例

$\succ_1$: h_4 h_3 h_2 h_1

$\succ_2$: h_1 h_4 h_2 h_3

$\succ_3$: h_4 h_2 h_3 h_1

$\succ_4$: h_1 h_4 h_2 h_3



Top Trading Cycle (TTC) メカニズム

- 現時点で最も欲しい財をもつ人を指さす
- 有向閉路に沿って財を交換し、閉路を削除
- 全員いなくなるまで手順を繰り返す

各ラウンドでは必ず有向閉路が存在 (指をさしている相手を辿っていくと見つけられる)

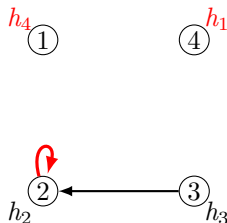
例

$\succ_1$: h_4 h_3 h_2 h_1

$\succ_2$: h_1 h_4 h_2 h_3

$\succ_3$: h_4 h_2 h_3 h_1

$\succ_4$: h_1 h_4 h_2 h_3



Top Trading Cycle (TTC) メカニズム

- 現時点で最も欲しい財をもつ人を指さす
- 有向閉路に沿って財を交換し、閉路を削除
- 全員いなくなるまで手順を繰り返す

各ラウンドでは必ず有向閉路が存在 (指をさしている相手を辿っていくと見つけられる)

例



Top Trading Cycle (TTC) メカニズム

- 現時点で最も欲しい財をもつ人を指さす
- 有向閉路に沿って財を交換し、閉路を削除
- 全員いなくなるまで手順を繰り返す

各ラウンドでは必ず有向閉路が存在 (指をさしている相手を辿っていくと見つけられる)

例



Top Trading Cycle (TTC) メカニズム

- 現時点で最も欲しい財をもつ人を指さす
- 有向閉路に沿って財を交換し、閉路を削除
- 全員いなくなるまで手順を繰り返す

各ラウンドでは必ず有向閉路が存在 (指をさしている相手を辿っていくと見つけられる)

例



TTC の出力は強コア

定理

TTC メカニズムの出力 μ は強コア

証明

- 背理法： μ に対しブロッキング提携 $B \subseteq A$ が存在すると仮定
ある全単射 $\nu: B \rightarrow \{h_i \mid i \in B\}$ が存在し、 $\nu(i) \succeq_i \mu(i)$ ($\forall i \in B$) かつ $\nu(i) \succ_i \mu(i)$ ($\exists i \in B$)
- i^* を $\{i \in B \mid \nu(i) \succ_i \mu(i)\}$ の中で初めて TTC で削除されたものとする
- $\nu(i^*)$ を初期保有するエージェントを $i_1 \in B$ とする ($\nu(i^*) = h_{i_1}$)
- i_1 は i^* より早いラウンドで割当が決定している $\rightarrow \nu(i_1) = \mu(i_1)$
- i_1 を含む TTC の閉路を $(i_1, i_2, \dots, i_k)$ とする ($\mu(i_j) = h_{i_{j+1} \pmod k}$)
- すると $\nu(i_j) = \mu(i_j) = h_{i_{j+1}}$ より、 $i_{j+1} \in B$ かつ $\nu(i_{j+1}) = \mu(i_{j+1})$
- よって $\nu(i_k) = h_{i_1}$ であり、 $\nu(i^*) = h_{i_1}$ に矛盾

強コアは TTC の出力に限る

定理

TTC メカニズムの出力 μ は唯一の強コア

証明: 割当 $\nu (\neq \mu)$ は強コアでないことを示す

- i^* を $\{i \in A \mid \nu(i) \neq \mu(i)\}$ の中で最初に TTC で削除されたものとする
- i^* を含む TTC での閉路に含まれるエージェント集合を C とする
- C より以前に削除されたエージェント i については $\nu(i) = \mu(i)$
- よって C の選び方より, $\mu(i) \succeq_i \nu(i)$ ($\forall i \in C$)
- 特に, $\mu(i^*) \succ_{i^*} \nu(i^*)$ ($i^* \in C$)
- よって, C は ν をブロックするので, ν は強コアでない

TTC は耐戦略的

定理

TTC メカニズムは耐戦略的である

証明

- エージェント $i \in A$ が嘘により得できないことを示す
- i はラウンド m において TTC で削除されたとする
- $m - 1$ ラウンドまでにできる閉路に i は含まれない
→ どこを指さしてもこれらの閉路に影響を与えられない
- よって、嘘をついても正直な申告で得られる財より良い財は得られない

アウトライン

- 1 住宅割当問題
 - RP メカニズム
 - PS メカニズム
- 2 住宅市場問題
 - TTC メカニズム
- 3 演習

次の住宅市場問題の例に対して TTC メカニズムの出力を計算せよ.

- $\succ_1: h_5 \ h_4 \ h_6 \ h_2 \ h_1 \ h_3,$
- $\succ_2: h_3 \ h_1 \ h_4 \ h_2 \ h_5 \ h_6,$
- $\succ_3: h_5 \ h_1 \ h_6 \ h_3 \ h_4 \ h_2,$
- $\succ_4: h_1 \ h_2 \ h_6 \ h_3 \ h_4 \ h_5,$
- $\succ_5: h_6 \ h_4 \ h_5 \ h_3 \ h_2 \ h_1,$
- $\succ_6: h_1 \ h_3 \ h_4 \ h_2 \ h_6 \ h_5$